

数学 I ・ 数学 A

| 問 題 | 選 択 方 法 |
|-------|----------------------------|
| 第 1 問 | 必 答 |
| 第 2 問 | 必 答 |
| 第 3 問 | } いずれか 1 問を選択し、 解答しなさい。 |
| 第 4 問 | |
| 第 5 問 | |

第 1 問 (必答問題) (配点 40)

[1] a を定数とし, x の 2 次関数

$$y = x^2 - 2(a + 2)x + a^2 - a + 1$$

のグラフを G とする。

(1) グラフ G と y 軸との交点の y 座標を Y とする。 Y の値が最小になるの

は $a = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ のときで, 最小値は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。このときグラフ G

は x 軸と異なる 2 点で交わり, その交点の x 座標は,

$$\frac{\boxed{\text{オ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(2) グラフ G が y 軸に関して対称になるのは $a = -$ のときで、このときのグラフを G_1 とする。

グラフ G が x 軸に接するのは $a = -$ $\frac{\text{コ}}{\text{サ}}$ のときで、このときのグラフを G_2 とする。

グラフ G_1 を x 軸方向に $\frac{\text{シ}}{\text{ス}}$, y 軸方向に だけ平行移動するとグラフ G_2 に重なる。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 大小 2 個のさいころを投げ、出た目の数をそれぞれ a, b とし、2 次関数

$$y = x^2 - \frac{b-2}{a} \text{ のグラフを } C \text{ とする。}$$

(1) グラフ C と x 軸との共有点の個数が 0 個である確率(すなわちグラフ C

が x 軸と共有点をもたない確率)は $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ であり、共有点の個数が 1 個

である確率は $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ 、共有点の個数が 2 個である確率は $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ であ

る。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(2) グラフ C と x 軸との共有点の個数の期待値は $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

(3) グラフ C と x 軸とが共有点を持ち、かつ共有点の x 座標がすべて整数となる確率は $\frac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$ である。

第 2 問 (必答問題) (配点 40)

[1] a, b を実数とし, x の整式

$$A = x^4 + (a^2 - a - 1)x^2 + (-a^2 + b)x + b^3$$

$$B = x^2 - x - a$$

を考える。 A を B で割った商を Q , 余りを R とすると,

$$Q = x^2 + x + a \quad \boxed{\text{ア}}$$

$$R = (a + b)x + a \quad \boxed{\text{イ}} + b \quad \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

(1) $R = x + 7$ のとき, $a =$ または $a =$ である。

(2) と に当てはまるものを, 下の①~③のうちから一つずつ選べ。

(i) $a < -\frac{1}{2}$ は, すべての実数 x に対して $Q > 0$ となるための 。

(ii) $a + b = 0$ は, A が B で割り切れるための 。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 線分 AB を直径とする半円周上に 2 点 C, D があり,

$$AC = 2\sqrt{5}, AD = 8, \tan \angle CAD = \frac{1}{2}$$

であるとする。

このとき,

$$\cos \angle CAD = \frac{\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

$$CD = \boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

さらに,

$\triangle ADC$ の面積は

$AB =$

である。

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ が

$$S_n = -n^2 + 24n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で与えられるものとする。このとき $a_1 = \boxed{\text{アイ}}$, $a_2 = \boxed{\text{ウエ}}$ である。また

$a_n < 0$ となる自然数 n の値の範囲は $n \geq \boxed{\text{オカ}}$ であり,

$$\sum_{k=1}^{40} |a_k| = \boxed{\text{キクケ}}$$

となる。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

(2) 初項 1, 公比 3 の等比数列を $\{b_k\}$ とおく。各自然数 n に対して, $b_k \leq n$ を満たす最大の b_k を c_n とおく。例えば, $n = 5$ のとき

$$b_2 = 3, b_3 = 9 \text{ であり } b_1 < b_2 \leq 5 < b_3 < b_4 < \dots$$

なので $c_5 = b_2 = 3$ である。

(i) $c_{10} =$ であり, $c_n = 27$ である自然数 n は全部で 個ある。

(ii) $\sum_{k=1}^{30} c_k =$ である。

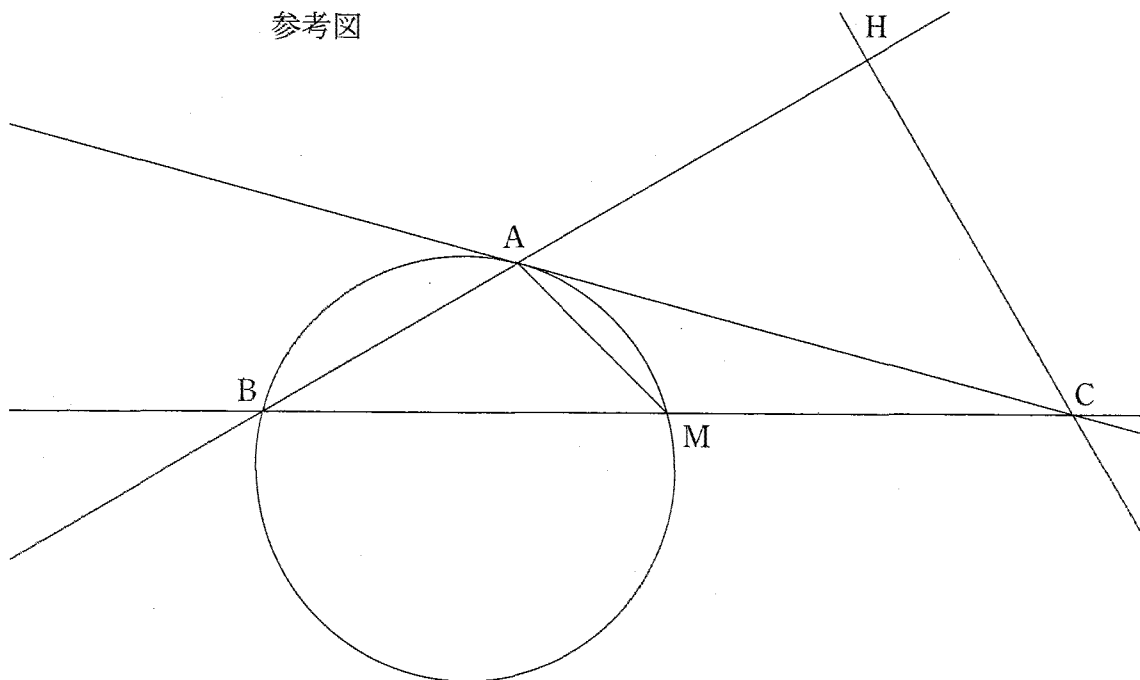
第 4 問 (選択問題) (配点 20)

$\triangle ABC$ において、 $\angle A$ は鈍角で、 $\angle B = 30^\circ$ である。点 C から直線 AB に引いた垂線と直線 AB との交点を H とする。辺 BC の midpointを M とし、直線 AC は 3点 A, B, M を通る円と点 A で接しているとする。

下の **ア** ~ **ウ**, **オ**, **ク** については、最も適当なものを次の **㉠** ~ **㉦**のうちから一つずつ選べ。

- | | | |
|---------|------------|----------|
| ㉠ 鋭角三角形 | ㉡ 直角二等辺三角形 | ㉢ 二等辺三角形 |
| ㉣ 正三角形 | ㉤ 直角三角形 | |
| ㉥ ABC | ㉦ AMB | ㉧ HMC |
| ㉨ MAB | ㉩ MCA | |
| ㉪ AB | ㉫ AC | ㉬ AM |
| ㉭ BC | ㉮ BH | ㉯ CH |

参考図



(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

直角三角形 HBC において $\angle HBC = 30^\circ$ なので, $BC = 2$ ア である。一方 $\angle MAC = \angle$ イ なので, $\triangle MAC$ と \triangle イ は相似になる。したがって

$$AC^2 = MC \cdot \text{ ウ }$$

となる。M は辺 BC の中点なので

$$AC = \sqrt{\text{ エ } CH}$$

が成り立つ。したがって $\triangle HAC$ は オ であり, $\angle AMB = \text{ カキ }^\circ$ となる。

AC と HM の交点を K, 直線 BK と HC の交点を L とする。 $\triangle HBK$ と $\triangle BCK$ の面積比は $HL : LC$ であり, $\triangle CHK$ と $\triangle BCK$ の面積比は

$$\triangle CHK : \triangle BCK = HA : \text{ ク }$$

である。また, M は辺 BC の中点だから, $\triangle HBK$ と $\triangle CHK$ の面積は等しい。ゆえに, $HL : LC = HA : \text{ ク }$ が成り立つ。

したがって $\triangle HAL$ と $\triangle HBC$ の面積比は

$$\triangle HAL : \triangle HBC = 1 : \text{ ケ }$$

となる。

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

次のプログラムを考える。ただし、 N には自然数を入力するものとする。また、 $\text{INT}(X)$ は X を超えない最大整数を与える関数である。

```
100 INPUT "N="; N
110 IF N>9 THEN GOTO 230
120 FOR A=1 TO N
130   FOR B=1 TO N
140     IF B=2*INT(B/2) THEN GOTO 210
150     IF B=A THEN GOTO 210
160     FOR C=1 TO N
170       IF C=A THEN GOTO 200
180       IF C=B THEN GOTO 200
190       PRINT 100*A+10*B+C
200     NEXT C
210   NEXT B
220 NEXT A
230 END
```

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

- (1) 上のプログラムを実行し、 $N=?$ に 3 を入力すると、3桁^{けた}の数が 個表示される。特に、2番目に表示される3桁の数は である。
- (2) 上のプログラムを実行し、 $N=?$ に 5 を入力すると、150行は 回実行され、 は 番目に表示される。
- (3) 上のプログラムの 160行と 180行を、それぞれ次のように書き直す。

```
160 FOR C=B TO N
```

```
180 IF C=B*INT(C/B) THEN GOTO 200
```

変更したこのプログラムを実行し、 $N=?$ に 7 を入力する。このとき、表示される3桁の数のうち、最大の数は であり、300以上500以下の数は 個である。